

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

LAS FUNCIONES Y LA COMPETENCIA DISCIPLINAR EN LA FORMACIÓN DOCENTE MATEMÁTICA

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es comentar como el estudio de las funciones en el máster que habilita para el ejercicio de la profesión de Profesor de Educación Secundaria puede contribuir al desarrollo de la competencia matemático-epistemológica en los futuros profesores. Se presupone que los futuros profesores ya tienen un conocimiento matemático amplio sobre las funciones, como resultado de sus estudios anteriores.

Palabras clave: formación inicial de profesores, competencia profesional, matemáticas, función.

ABSTRACT

In this paper we discuss how the study of the functions in the master's degree qualification for being Mathematics Professor of Secondary Education can contribute to the development of mathematical and epistemological competence of such future teachers. It is assumed that prospective teachers already have a broad mathematical knowledge on the functions, as a result of previous studies.

Key words: preservice teacher training, professional competence, mathematics, function.

1. INTRODUCCIÓN

Las directrices del título de máster que habilita para el ejercicio de la profesión de Profesor de Educación Secundaria (FPS) establecen que: 1) Su duración sea de 60 créditos ECTS (sistema europeo de transferencia y acumulación de créditos). 2) Las competencias se clasifican en genéricas, específicas (matemáticas y su didáctica en nuestro caso) y las que se desarrollan por medio de la práctica. 3) Los 60 créditos se distribuyen en tres módulos (genérico, prácticum y específico). 4) El módulo específico de matemáticas y su didáctica contempla tres materias: complementos

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

para la formación matemática, aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, innovación docente e iniciación a la investigación educativa.

Nuestro posicionamiento es que la competencia profesional de los futuros profesores de matemáticas de secundaria se puede considerar compuesta por dos macro competencias: 1) La competencia matemático-epistemológica y 2) La competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción matemática. Además, nuestra posición es que el núcleo de la competencia profesional del futuro profesor debería de ser la competencia en el análisis didáctico. De manera secundaria en el máster se debería mejorar la competencia matemático-epistemológica. La razón para tomar esta opción es que la formación inicial de profesores de secundaria es secuencial: primero formación disciplinar y después formación profesionalizadora.

2. LA COMPETENCIA MATEMÁTICO-EPISTEMOLÓGICA

En nuestra opinión, la macro competencia matemático-epistemológica se puede considerar compuesta por otras competencias, cada una de las cuales tiene diferente ponderación (por ejemplo, la C1 tiene una ponderación superior a las otras tres) y diferentes grados de desarrollo (ver anexo):

C1. Conocer y usar el contenido matemático a enseñar con una perspectiva suficientemente amplia, de modo que le permita realizar su función docente con seguridad y adaptarse a nuevos cambios curriculares (si es el caso).

C2. Justificar y usar el valor formativo y sociocultural de las matemáticas y su evolución histórica en la construcción de actividad matemática, y relacionarlo con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

C3 Justificar y usar los principales paradigmas epistemológicos en la construcción de actividad matemática y relacionarlos con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

C4 Conocer contextos y situaciones en los que se usan o aplican los diversos contenidos matemáticos de la educación secundaria para resaltar sus aplicaciones y funcionalidad y, en especial, el papel de las matemáticas como instrumento en otras disciplinas.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

Esta manera de entender la macro competencia matemático-epistemológica no es contradictoria con las directrices curriculares del máster de FPS y es coherente con la propuesta de concreción de dichas directrices formulada en Font, Rubio, Giménez y Planas (2009).

3. CONTRIBUCIÓN DEL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES AL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICO-EPISTEMOLÓGICA

Nuestro objetivo es comentar como el uso en el aula del capítulo *Funciones*, del libro *MATEMÁTICAS: Complementos de formación disciplinar*, editado por la editorial Graó (Font, 2010) puede contribuir al desarrollo de las cuatro competencias anteriores. Se trata de un texto que presupone que los futuros profesores ya tienen un conocimiento matemático amplio sobre las funciones, como resultado de sus estudios anteriores (nivel N1 de la competencia C1).

3.1 Importancia de las funciones

En texto resalta que no todos los conceptos matemáticos son igualmente centrales en la disciplina y que la noción de función es uno de los conceptos matemáticos más importantes debido a su naturaleza unificante y modelizadora.

3.2 Evolución histórica de las funciones

Un conocimiento relevante para la enseñanza de las funciones, y más en general de cualquier contenido matemático, es su evolución histórica. Dicha evolución permite tener una visión más amplia sobre el contenido matemático en cuestión de la que nos puede dar, por ejemplo, la explicación de un manual universitario. Sin pretender ser exhaustivos, el conocimiento de la evolución histórica de un objeto matemático permite al profesor: 1) Mencionar anécdotas matemáticas del pasado, 2) Presentar introducciones históricas de los conceptos que son nuevos para los alumnos, 3) Fomentar en los alumnos la comprensión de los problemas históricos cuya solución ha dado lugar a los distintos conceptos que aprenden en la Educación Secundaria Obligatoria y en el Bachillerato, 4) Idear ejercicios y ejemplos utilizando textos matemáticos del pasado, 5) Explorar errores del pasado para ayudar a comprender y resolver dificultades de aprendizaje, 6) Proponer aproximaciones pedagógicas al contenido matemático motivo de estudio de acuerdo con su desarrollo histórico.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

Los futuros profesores deben tener claro que el objeto matemático “función” es el resultado de una emergencia que se ha producido a lo largo de mucho tiempo y es conveniente que conozcan, aunque sea de manera muy sintética, su evolución histórica. En el texto que comentamos se incluye una breve evolución histórica de las funciones. Este estudio histórico se puede ampliar con estudios específicos sobre las funciones (por ejemplo, Youschkevitch, 1976; Arenzana, 1997) y también con libros generales sobre la historia de las matemáticas (por ejemplo, Boyer 1986).

3.3 Algunas ideas clave que nos ofrece la evolución de la noción de función

Uno de los objetivos del texto que comentamos es que los alumnos extraigan, de la evolución de la noción de función, las siguientes ideas clave para su enseñanza.

De las magnitudes a las variables

El desarrollo histórico muestra como el estudio de las relaciones entre magnitudes es el origen al concepto de *función* y, por tanto, también pueden servir para introducir este concepto en la secundaria. Los futuros profesores deben tener claro que la idea de que una función es una dependencia entre magnitudes variables que, a cada valor de la variable independiente, le hace corresponder un único valor de la variable dependiente es la que más se utiliza cuando se inicia el estudio de las funciones en la ESO. También deben tener claro el paso de las magnitudes a las variables. Al pasar de la expresión, por ejemplo, $e = vt$ a la fórmula matemática $y = ax$ hacemos el paso de las magnitudes concretas (espacio y tiempo) a las variables generales (x e y). El siguiente nivel de abstracción consiste en considerar que las funciones del tipo $y = ax$ es son un caso particular de la noción de función.

Regla de asignación y dominio de la función

La idea de que una función es una dependencia entre variables lleva a pensar en la función básicamente como una regla de asignación. Ahora bien, la interpretación de la función como una terna (A, B, G) lleva a considerar que dos funciones con la misma regla de asignación no son necesariamente la misma función. Los futuros profesores han de tener claro que en la ESO y en el Bachillerato el lenguaje conjuntista no es habitual y que las funciones se presentan como una regla que a cada valor de la variable independiente le hace corresponder un único valor de la

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

variable dependiente. Con este tipo de presentación el dominio se entiende como el conjunto de los valores de la variable independiente para los cuales la regla permite asignar un único valor (los valores para los cuales la función está definida). Se trata pues del máximo dominio posible.

Diferentes representaciones de las funciones

La evolución histórica de la noción de función muestra que a lo largo del tiempo se han utilizado diferentes representaciones para dicha noción: 1) Expresión verbal, 2) Expresión simbólica, 3) Tabla de valores y 4) Gráfica. Dicha evolución muestra como, en algunos casos, una nueva forma de representación plasma un nuevo programa de investigación. Este hecho tiene, entre otras, las siguientes implicaciones que, además, son aplicables a la mayoría de los objetos matemáticos:

1) El hecho de que el mismo objeto matemático se pueda encuadrar en dos programas de investigación diferentes, cada uno con sus sistemas de representación, conlleva que “cada representación” se pueda convertir en “otra representación” en el otro programa de investigación (por ejemplo la curva que representa la cisoide en la geometría sintética se puede convertir en la ecuación $x^3 + y^2x - ay^2 = 0$ en la geometría analítica).

2) Una representación, por una parte, tiene un valor representacional: es algo que se puede poner en lugar de algo distinto de ella misma y, por otra parte, tiene un valor instrumental: permite realizar prácticas que con otro tipo de representación no serían posibles. El valor representacional lleva a entender la representación como “algo” por “algo”. En cambio, el valor instrumental lleva a entender la representación como la punta de un “iceberg” —formado por propiedades, argumentos, definiciones, etc.— que posibilita prácticas que sin ella no serían posibles.

Metáforas estáticas y dinámicas en la comprensión de las funciones

En el texto que estamos comentando se incluyen transcripciones de clase, partes de libro de texto y actividades con graficadores dinámicos con el objetivo de que los futuros profesores sean conscientes de un fenómeno que se produce habitualmente en la enseñanza de las funciones en la ESO y en el Bachillerato: el uso de expresiones que sugieren metáforas conceptuales estáticas y dinámicas.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

Los futuros profesores deben ser conscientes que estos dos tipos de metáforas han estructurado la comprensión de las gráficas a lo largo de la historia y que la metáfora estática es la dominante a partir de la aritmetización del análisis. Un ejemplo de la dialéctica entre estas dos maneras de entender las funciones la encontramos en el siguiente párrafo, donde Newton explica su método de fluxiones:

No considero las magnitudes matemáticas como formadas por partes, por pequeñas que éstas sean, sino como descritas por un movimiento continuo. Las líneas no son descritas y engendradas por la yuxtaposición de sus partes, sino por el movimiento continuo de puntos; las superficies por el movimiento de las líneas; los sólidos por el movimiento de las superficies; los ángulos por la rotación de los lados; los tiempos por un flujo continuo. Considerando, pues, que las magnitudes que crecen en tiempos iguales son mayores o menores según que lo hagan con mayor o menor velocidad, busqué un método para determinar las magnitudes partiendo de las velocidades de los movimientos o aumentos que las engendran. Llamando fluxiones a las magnitudes engendradas, di, hacia los años 1665-1666, con el método de fluxiones, del que haré uso en la cuadratura de curvas (extraído de Lacasta y Pascual, 1998, pp. 28-29).

Visión unitaria y sistémica de las funciones

Una manera simple, elemental o unitaria de pensar en las funciones es considerar que su significado viene dado por su definición. Otra posible manera, es considerar que el significado del término función es el sistema de prácticas en las que las funciones son determinantes para su realización.

Cuando se utilizan las funciones en las prácticas matemáticas, además de su definición, se utilizan diferentes representaciones, se utilizan determinadas características y propiedades, se utilizan otros objetos matemáticos relacionados como son las ecuaciones, etc. Una buena herramienta para mostrar esta complejidad son los mapas conceptuales. Por esta razón en el material que comentamos se incluyen mapas conceptuales de las funciones en la ESO y en el Bachillerato. Una de las tareas que se pueden proponer a los alumnos es que desarrollen partes de dichos mapas conceptuales. Son tareas como la siguiente:

Actividad: a) Desarrolla un mapa conceptual más detallado para la rama de la función de segundo grado del mapa de la ESO

b) Desarrolla un mapa conceptual más detallado para la rama de las funciones trigonométricas del mapa del Bachillerato.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente de matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

En el material que comentamos también se incluye otra herramienta útil para describir la pluralidad (sin buscar la exhaustividad) de conglomerados de representaciones, definiciones, propiedades, etc. que a lo largo del tiempo se han ido sucediendo para el estudio de las funciones. Nos referimos a la herramienta *lconfiguración epistémica* (Font y Godino, 2006). Se trata de una herramienta que puede ser útil para describir las características de los textos matemáticos de distintas épocas y orientación epistemológica, en particular resulta útil tanto para el análisis global de una unidad didáctica como para el análisis de un texto puntual.

En el material que comentamos se explica que la evolución histórica de la noción de función se puede organizar en cuatro configuraciones epistémicas llamadas tabular, gráfica, analítica y conjuntista. Estas cuatro configuraciones epistémicas son el resultado de la progresiva ampliación de los sistemas de prácticas matemáticas asociados a la noción de función, desde planteamientos implícitos/intuitivos, hasta la formalización más general mediante la teoría de conjuntos.

3.4 Perspectiva formalista y realista sobre las funciones

En el material que comentamos, la herramienta configuración epistémica se utiliza para analizar la estructura de una unidad didáctica sobre las funciones de tipo formalista, la cual se relaciona con la llamada configuración epistémica conjuntista. Es importante que los alumnos, además de conocer las características de las unidades didácticas formalistas, sean conscientes de que, si bien actualmente no es habitual encontrar una unidad didáctica sobre las funciones de tipo formalista, es muy habitual hallar unidades didácticas que son una degeneración de dicho modelo. Nos referimos a las unidades didácticas inspiradas en lo que se llama instrumentalismo, mecanicismo, etc. Se trata de una presentación descontextualizada de los conceptos y reglas matemáticas, que se supone que se aprenden con la práctica y no mediante un aprendizaje significativo.

La alternativa a las unidades de tipo formalista y a las de tipo mecanicista son las unidades didácticas de tipo realista, las cuales se relacionan con las configuraciones epistémicas llamadas tabular, gráfica, analítica. En el material que comentamos se analiza con detalle una unidad de este tipo con el objetivo de que los futuros profesores tengan claro su estructura.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

Es importante resaltar que las unidades didácticas realistas dan un papel preponderante a las situaciones problemas contextualizadas y están claramente enfocadas a la emergencia de nuevos objetos matemáticos. Estas configuraciones empíricas (contextualizadas, realistas, intuitivas, etc.,...) presuponen una cierta concepción empírica de las matemáticas. Es decir, una concepción que considera que las matemáticas son (o se pueden enseñar como) generalizaciones de la experiencia; una concepción de las matemáticas que supone que, al aprender matemáticas, recurrimos a nuestro bagaje de experiencias sobre el comportamiento de los objetos materiales. Por otra parte, también presuponen que “saber matemáticas” incluye la competencia para aplicar las matemáticas a situaciones extra matemáticas de la vida real.

Es conveniente que los futuros profesores realicen actividades como la siguiente:

Actividad: a) Analiza y compara las unidades didácticas sobre funciones de algunos libros de texto. Para cada uno de ellas determina si se acerca más al modelo instrumentalista o al realista

b) Confecciona la configuración epistémica de una de ellas.

3.5 Traducciones y conversiones entre representaciones de las funciones

En el texto que se comenta se considera importante que los futuros profesores reflexionen sobre el papel que juegan las traducciones y conversiones entre las diferentes representaciones de las funciones, tanto desde un punto de vista matemático como cognitivo.

Cada una de las representaciones asociadas al objeto función, aunque idealmente contienen la misma información, ponen en función diferentes procesos cognitivos, cada uno de ellos estrechamente relacionado con los otros. La representación gráfica conecta con las potencialidades conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la geometría y la topología. La representación en forma de tabla pone de manifiesto los aspectos numéricos y cuantitativos. La expresión analítica conecta con la capacidad simbólica y se relaciona principalmente con el álgebra, mientras que la representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas y es básica para interpretar y relacionar las otras tres.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

El análisis histórico del desarrollo de la noción de función sugiere que, además de pensar en los procesos cognitivos que puede activar una determinada representación, hay que pensar en la representación como una herramienta que posibilita prácticas que sin ella no serían posibles.

En el material que se comenta se focaliza la atención sólo en tres traducciones y conversiones entre representaciones de las funciones: 1) la conversión de la tabla de valores a la fórmula, 2) la traducción entre representaciones analíticas y 3) la conversión de la gráfica a la expresión analítica. En concreto, se muestran secuencias didácticas en las que estas traducciones y conversiones juegan un papel fundamental. Un ejemplo de estas secuencias didácticas es una técnica alternativa para calcular la derivada de la función seno en la que la conversión de la gráfica a la fórmula juega un papel importante. Esta técnica alternativa tiene su origen en el hecho de que el cálculo de $f'(x)$ se puede interpretar como un proceso compuesto de tres subprocesos: 1) Traducciones y conversiones entre las distintas formas de representar $f(x)$. 2) El paso de una forma de representación de $f(x)$ a una forma de representación de $f'(x)$. 3) Traducciones y conversiones entre las distintas formas de representar $f'(x)$. Entender el cálculo de la función derivada como un proceso en la que intervienen tres subprocesos, cada uno de los cuales puede utilizar representaciones diferentes, permite ampliar el abanico de técnicas de cálculo de la función derivada que no se restrinja al cálculo por límites o bien al uso de reglas de derivación. Dichas técnicas pueden ser sugeridas, entre otras, por las posibilidades de los graficadores de funciones y por la historia de las matemáticas.

3.6 Funciones elementales

En el texto que comentamos se hace un recorrido por las funciones elementales que se estudian en la ESO y el Bachillerato. Para cada tipo de función elemental se resumen sus características y se muestran actividades utilizadas en la ESO o el Bachillerato para su estudio.

3.7 Las funciones como una herramienta de modelización

En el texto que se comenta se considera importante que los futuros profesores realicen investigaciones en la que las funciones sean una herramienta para la

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

modelización intramatemática y extramatemática. Un ejemplo de este tipo de investigaciones es la siguiente:

Actividad: a) Investiga la relación que hay entre los puntos de coordenadas enteras positivas con la primera coordenada mayor o igual que tres de la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ y los mosaicos regulares.

b) Investiga cómo la función $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ también puede ser útil para hallar los poliedros regulares y, sobre todo, para ver la relación entre los poliedros regulares y los mosaicos regulares.

Los mosaicos regulares y los poliedros regulares se pueden estudiar en el marco de la geometría, pero también se pueden estudiar desde un punto de vista funcional. Las transformaciones de funciones resultan útiles para demostrar que sólo hay tres mosaicos regulares y el punto de vista funcional permite visualizar la relación entre los mosaicos regulares y los poliedros regulares (Font, 2002 y 2005).

AGRADECIMIENTO

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación, EDU2009-08120/EDUC.

ANEXO: COMPETENCIAS Y GRADOS DE DESARROLLO

C1 CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO A ENSEÑAR

Conocer y usar el contenido matemático a enseñar con una perspectiva suficientemente amplia, de modo que le permita realizar su función docente con seguridad y adaptarse a nuevos cambios curriculares (si es el caso).

N1: Acredita los contenidos matemáticos planteados en el currículum de las etapas en que debe enseñar.	N2: Domina y sabe resolver situaciones asociadas a los contenidos matemáticos del currículum de secundaria y bachillerato.	N3: Profundiza y amplía, con una perspectiva suficientemente amplia, los contenidos matemáticos del currículum de secundaria y bachillerato.
---	---	---

C2 ELEMENTOS SOCIOCULTURALES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Justificar y usar el valor formativo y sociocultural de las matemáticas y su evolución histórica en la construcción de actividad matemática, y relacionarlo con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

N1: Es capaz de discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, así como resolver los	N2: Idea ejercicios y ejemplos utilizando textos matemáticos del pasado. Explora errores del pasado para ayudar a	N3: Discute y propone aproximaciones
---	--	---

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

<p>problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.</p> <p>Conoce la evolución histórica de las matemáticas para 1) mencionar anécdotas matemáticas del pasado, 2) presentar introducciones históricas de los conceptos que son nuevos para los alumnos.</p>	<p>comprender y resolver dificultades de aprendizaje.</p> <p>Fomenta en los alumnos la comprensión de los problemas históricos cuya solución ha dado lugar a los distintos conceptos que aprenden en la educación secundaria y en el bachillerato.</p>	<p>pedagógicas al contenido matemático motivo de estudio de acuerdo con su desarrollo histórico.</p>
--	--	--

C3 CONOCIMIENTO EPISTEMOLÓGICO DEL CONTENIDO

<p>Justificar y usar los principales paradigmas epistemológicos en la construcción de actividad matemática y relacionarlos con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.</p>		
<p>N1: Reflexiona sobre la relación entre las matemáticas y la realidad.</p>	<p>N2: Conoce los posicionamientos de los principales paradigmas epistemológicos de las matemáticas sobre esta relación: a) realistas (empirismo y platonismo), b) constructivistas (intuicionismo y convencionalismo).</p>	<p>N3: Sabe relacionar los principales paradigmas epistemológicos de las matemáticas con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.</p>

C4 CONTEXTUALIZACIÓN Y VALOR INTERDISCIPLINAR

<p>Conocer contextos y situaciones en los que se usan o aplican los diversos contenidos matemáticos de la educación media para resaltar sus aplicaciones y funcionalidad y, en especial, el papel de las Matemáticas como instrumento en otras disciplinas.</p>		
<p>N1: Reconoce contextos y situaciones en otras materias (física, química, etc.) en los que se usa los contenidos matemáticos del currículum de la educación secundaria y del bachillerato.</p>	<p>N2: Usa en sus clases contextos y situaciones diversas en los que se usa los contenidos matemáticos del currículum de la educación secundaria y del bachillerato.</p>	<p>N3: Realiza/usa modelos matemáticos a partir de situaciones y contextos extramatemáticos aplicables a la clase. Fomenta en los alumnos la realización de procesos sencillos de construcción de modelos matemáticos.</p>

REFERENCIAS

Arenzana, V. (1997). Evolución del concepto de función hasta comienzos del siglo XIX. Algunas sugerencias pedagógicas. *Epsilon*, 13 (1), 67-77.

Boyer, C. B. 1986. *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Universidad Textos.

Font, V. (2002). Mosaicos y poliedros regulares. Un punto de vista funcional. *Epsilon*, 18 (2), 297-303.

Font, V. (2005) Aplicaciones de las funciones al estudio de mosaicos y poliedros. *Suma*, 48, 7-13.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.

Font, V. (2010). Funciones, en J. M. Goñi (ed.), *MATEMÁTICAS: Complementos de formación disciplinar*. Barcelona: Graó (en prensa).

Font, V y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matematica Pesquisa*, 8 (1), 67-98.

Font, V., Rubio, N., Giménez, J. y Planas, N. (2009). Competencias profesionales en el Máster de Profesorado de Secundaria, *UNO*, 51, 9-18.

Lacasta, E. y Pascual, J. R. (1998). *Las funciones en los gráficos cartesianos*. Madrid: Síntesis.

Youschkevitch, A. P. (1976). The Concept of Function up to the Middle of the 19 th Century. *Archive for History of Exact Sciences*, 16, 37-85.