

## CALIDAD MATEMÁTICA Y DIDÁCTICA DE SECUENCIAS DE TAREAS

**Marta Adán, Vicenç Font, Susana Ferreres**

Universitat de Barcelona. (España)

marta.adan@hotmail.com, vfont@ub.edu, susanaferreres@ub.edu

**Palabras clave:** formación de profesores, educación matemática, criterios de calidad

**Key words:** teacher training, mathematics education, quality criteria

### RESUMEN

Investigamos el diseño, la implementación y el rediseño de una secuencia de tareas para los futuros docentes que permiten la aparición de herramientas teóricas para llevar a cabo la evaluación de la idoneidad matemática y didáctica de los procesos de enseñanza, uno de los componentes de la competencia en el análisis didáctico. Para ello, utilizamos una metodología de investigación que tiene elementos de la investigación basada en el diseño. Los sujetos fueron los futuros profesores de matemáticas en el nivel secundario.

### ABSTRACT

We investigate the design, implementation and redesign of a sequence of tasks for future teachers that allow the emergence of theoretical tools to conduct the assessment of mathematical and didactic suitability of instructional processes, one of the components of the competence in didactic analysis. To achieve this, we use a research methodology that has elements of research-based design. The subjects were future teachers of mathematics in the secondary school level.

## ■ Introducción

La creación del espacio europeo de educación superior ha convertido la noción de competencia en una noción clave en la formación universitaria y en particular en la formación inicial de futuros profesores. Un proyecto relevante relacionado con la creación de dicho espacio ha sido el proyecto Tuning (González & Wagenaar, 2003) – proyecto que se inició en Europa y después se ha extendido a América Latina – el cual clasifica las competencias de la enseñanza universitaria en genéricas (compartidas por cualquier enseñanza universitaria) y específicas (propias de cada ámbito disciplinario).

Nuestra investigación toma como punto de partida las siguientes hipótesis (Font, 2011; Giménez, Font & Vanegas, 2013):

H1) Si se siguen, entre otras, las etapas siguientes es posible desarrollar un programa por competencias en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: a) determinación de las competencias que deben componer el programa; b) determinación del grado de desarrollo esperado por cada una de las competencias al término del programa de formación; c) determinación de indicadores para cada grado de competencia; d) escalamiento y conexión de las competencias en el conjunto de las diferentes asignaturas e) determinación de las modalidades y criterios de evaluación de las competencias f) elaboración de ciclos formativos para el desarrollo de las competencias.

H2) La competencia profesional que permite evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos de secundaria se puede considerar compuesta básicamente (aunque no únicamente) por dos macro competencias que, a su vez, se pueden descomponer en otras: a) la competencia matemática y b) la competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción.

H3) Con relación a la competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción, consideramos (a) que su núcleo fundamental consiste en: *Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora.* Y (b) que podemos encontrar criterios e indicios del desarrollo de esta competencia y de cómo se relaciona con las otras competencias profesionales del futuro profesor de matemáticas de secundaria (competencia digital, competencia en modelización, etc.).

La caracterización de la competencia de análisis didáctico propuesta en la hipótesis 3 necesita herramientas para el análisis y también herramientas para la valoración.

De acuerdo con Font (2011), Rubio (2012) y Giménez, Font y Vanegas (2013) consideramos que los constructos teóricos del modelo de análisis didáctico propuesto por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero & Font, 2007 y 2008) pueden ser herramientas útiles para el desarrollo de esta competencia. En este enfoque se proponen cinco niveles para el análisis didáctico de procesos de instrucción (Font, Planas y Godino, 2010; Pochulu y Font, 2011; Contreras, García y Font, 2012), cada uno de ellos con sus respectivas herramientas: a) Análisis de las prácticas matemáticas realizadas en el proceso de instrucción; b) Análisis de objetos y procesos matemáticos activados en dichas prácticas; c) Análisis de las interacciones realizadas en el proceso de

instrucción; d) Identificación del sistema de normas y metanormas que regulan el proceso de instrucción; e) Utilización de criterios de idoneidad didáctica para la valoración del proceso de instrucción con el fin de mejorarlo. Este tipo de análisis didáctico permite que el profesor tenga instrumentos para describir, explicar, valorar y mejorar dichos procesos.

Para la valoración el EOS propone los siguientes criterios de idoneidad didáctica: 1) Idoneidad epistémica, se refiere a que las matemáticas enseñadas sean unas “buenas matemáticas”. Para ello, además de tomar como referencia el currículo prescrito, se trata de tomar como referencia a las matemáticas institucionales que se han transpuesto en el currículo. 2) Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/ implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados. 3) Idoneidad interaccional, grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje. 4) Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. 5) Idoneidad afectiva, grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio. 6) Idoneidad ecológica, grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, al entorno social, etc.

Para cada uno de estos criterios se propone un sistema de indicadores asociados que se pueden valorar en una escala (por ejemplo de 1 a 3). Se trata de un sistema de rúbricas que permite valorar (o autovalorar) de manera completa y equilibrada los elementos que, en conjunto, conforman un proceso de instrucción de calidad en el área de matemáticas.

A continuación, a título de ejemplo, siguen los indicadores de la idoneidad epistémica: Muestra representativa y articulada de problemas de diversos tipos (contextualizados, con diferentes niveles de dificultad, etc.); uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), y traducciones y conversiones entre los mismos; procurando que el nivel del lenguaje matemático utilizado sea adecuado y que las definiciones y procedimientos estén clara y correctamente enunciados y adaptados al nivel educativo a que se dirigen; presentación de los enunciados y procedimientos básicos del tema, adecuando asimismo las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen; establecimiento de relaciones y conexiones significativas entre las definiciones, propiedades, problemas del tema estudiado, etc.

Durante los cursos 2009-2010, 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013 (en el Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona) y durante el curso 2013-2014 (en el Máster Interuniversitario de Catalunya de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas), los formadores de futuros profesores han sugerido a sus alumnos, con más o menos intensidad, el uso de una rúbrica basada en los criterios de idoneidad propuestos por el EOS para:

1. valorar su propia práctica, en concreto la unidad didáctica que han diseñado e implementado los futuros profesores en su periodo de prácticas
2. diseñar, en su Trabajo Fin de Máster, una propuesta de mejora de la unidad didáctica, implementada en el periodo de prácticas, que mejore algunos aspectos que la valoración realizada indica que se deben y pueden mejorar.

Los criterios de idoneidad sirven a los futuros profesores tanto para guiar la construcción de su unidad didáctica como para valorar la idoneidad de su implementación, lo cual permite tener elementos para su rediseño que permita una futura implementación de más calidad.

Como paso previo al uso de esta rúbrica, durante estos cuatro cursos se han diseñado y rediseñado secuencias de tareas (formadas por tareas que son adaptación de tareas ya diseñadas por otros, o bien tareas de diseño propio) en las cuales emergieron los criterios e indicadores que propone el EOS (núcleo esencial de la rúbrica) para valorar la idoneidad didáctica de procesos de instrucción. Por ejemplo, para la valoración de la calidad matemática del proceso de instrucción se diseñó una secuencia de tareas para que emergieran los siguientes indicadores: falta de errores, riqueza y relevancia de procesos matemáticos activados y representatividad de la complejidad del objeto matemático que se enseña.

Nuestro objetivo es investigar –en el contexto de diseño, implementación y rediseño de un curso de formación, dirigido a futuros profesores de matemáticas de secundaria– cómo el proceso de resolución de una secuencia de tareas profesionales por parte de los futuros profesores influye en el desarrollo de su competencia en análisis didáctico. En particular, se ha investigado cómo se produce la emergencia de criterios de idoneidad y de sus indicadores y cómo los futuros profesores los usan para analizar y mejorar su propia práctica. Esta emergencia se constata, entre otros indicadores, en cuanto los futuros profesores incorporan y usan adecuadamente herramientas teóricas para la descripción, explicación, valoración y mejora de su propia práctica.

### ■ Metodología

Para investigar cómo emergen estos criterios e indicadores, se ha utilizado una metodología de investigación que tienen elementos de la investigación basada en el diseño: 1) estudiar la adquisición de competencias en un ambiente real, 2) tener por objetivo generar ambientes de aprendizaje eficaces novedosos, 3) la colaboración entre los investigadores y los profesores y 4) la búsqueda simultánea de la construcción de teorías y la innovación de la práctica (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer & Schauble, 2003).

Para el caso de tareas de diseño propio, se utilizó una metodología de estudio de caso, especialmente para aquellas que implicaban el estudio exhaustivo del contexto en el que se desarrolló el episodio seleccionado.

Los sujetos participantes fueron los futuros profesores de matemáticas de secundaria del Máster de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona (cursos 2009-2010, 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013) y del Máster Interuniversitario de Catalunya de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas (curso 2013-2014). Los datos para la investigación se obtuvieron, sobre todo, de: a) Registros de la plataforma virtual; b) Registros audiovisuales de episodios de clases implementados en el máster y c) del Trabajo Fin de Máster donde los futuros profesores realizan una valoración de la calidad matemática de la unidad didáctica que implementaron en su periodo de prácticas.

### ■ Ejemplo de tarea

A continuación, se explica el diseño y la implementación de una tarea de diseño propio. Se trata de la tarea inicial y su objetivo es crear un debate en el que se espera la emergencia de criterios relacionados con la noción de calidad matemática como, por ejemplo: representatividad, riqueza de procesos, adaptación curricular, complejidad del objeto matemático, etc. Cabe destacar que esta tarea se realizó antes de que los alumnos estudiaran estas nociones, el objetivo era que surgiesen de manera espontánea en el propio debate.

La tarea se presentó como uno de los primeros problemas profesionales que tuvo una alumna del máster del curso 2010-2011 en su primera experiencia profesional. Esta alumna fue contratada como profesora suplente de un profesor que debía explicar las integrales en el segundo de bachillerato (alumnos de 17 años). En concreto, ella tuvo que poner en funcionamiento su conocimiento común del contenido para poder resolver las tareas sobre integrales del libro de texto, pero también se encaró con una problemática relacionada con otros componentes del conocimiento matemático para la enseñanza (conocimiento especializado, conocimiento del currículo, etc.). En concreto ella se encontró que el profesor a quien sustituía había diseñado un cuestionario en formato digital para preparar el examen del tema de integrales y ella no tenía claro si la prueba era adecuada o no. No tenía claro que este cuestionario sirviese para evaluar los elementos fundamentales del tema.

El cuestionario era opcional y estaba dirigido a aquellos alumnos que querían repasar los contenidos matemáticos posibles de ser evaluados en el examen sobre integrales. Las características principales del cuestionario eran: 1) se desarrollaría en un entorno digital soportado por dos plataformas virtuales: Moodle y Wiris (calculadora simbólica virtual), 2) el temario abarcado era: Integral definida, Integral indefinida y Cálculo de áreas, 3) las preguntas eran abiertas (no era un test) y los alumnos debían introducir su respuesta mediante la calculadora Wiris, 4) la generación de preguntas era aleatoria. Había un banco de preguntas y cada intento del cuestionario generaba, mediante la calculadora Wiris, preguntas con datos numéricos diferentes. 5) El cuestionario producía como retroalimentación, en el caso de que el alumno fallase la respuesta, una respuesta correcta (que para el cálculo de áreas detallaba todos los pasos).

En la primera fase de la implementación de esta tarea del ciclo formativo se daba a los futuros profesores toda esta información (incluido el acceso al cuestionario digital), junto a lo que decía el currículo sobre el tema de integrales (en especial los criterios de evaluación) y la parte del índice sobre la integral del libro de texto utilizado. A los futuros profesores se les pedía que, primero en pequeños grupos y después en gran grupo, discutieran sobre la siguiente consigna abierta *¿Podrías valorar si el cuestionario digital tiene calidad matemática o no? Justifica tu respuesta.* El resultado de la discusión fueron dos criterios: 1) adaptación del cuestionario a los criterios de evaluación, 2) tener en cuenta la complejidad de la integral.

En la segunda fase de la implementación de esta tarea el profesor limitó el criterio “adaptación al currículo” al componente “riqueza de procesos matemáticos” ya que, dado que el currículo estaba pensado para el desarrollo de procesos, esta idea era uno de los criterios de evaluación. Después reelaboró el criterio “tener en cuenta la complejidad de la integral” en términos de “representatividad” y

conectó ambos criterios haciendo ver que se podían considerar como dos componentes de la noción “calidad matemática”. A continuación se dieron más indicadores para poder medir estas dos componentes.

Así por ejemplo, con relación a valorar si el cuestionario era representativo de la complejidad de la integral se explicaron los siguientes significados de “integral” (Contreras, Ordóñez & Wilhelmi, 2010): 1) Geométrico, 2) Resultado de un proceso de cambio, 3) Inversa de la derivada, 4) Aproximación al límite: 5) Generalizada: (Lebesgue, Riemann, etc.), 6) Algebraica, 7) Métodos numéricos. Después, en una hoja de trabajo específicamente diseñada, el alumno, para cada una de las 10 preguntas del cuestionario digital y para cada uno de los 7 significados parciales, tenía que escribir en una tabla un 1 o un 0 según considerase que la pregunta activaba (o no) dicho significado. Con relación a la “riqueza de procesos matemáticos” el profesor se limitó a considerar los siguientes: Contextualización, Algoritmización, Comunicación, Argumentación y Resolución de problemas. Después el alumno para cada una de las 10 preguntas del cuestionario digital y para cada uno de estos cinco procesos tenía que escribir un 1 o un 0 según considerase que la pregunta activaba (o no) dicho proceso.

La conclusión de los futuros profesores, tal como se esperaba, fue que el cuestionario no era representativo de la complejidad del objeto integral ya que solo activaba dos de los siete significados posibles de la integral y que, además, no activaba procesos relevantes como la resolución de problemas, la contextualización, la comunicación y la argumentación. La conclusión que se consensuó, después de la discusión en el gran grupo, fue (1) que calidad matemática del cuestionario era baja y, además, no era causada por las características del entorno digital y (2) que se podía argumentar mediante elementos relativamente objetivos el nivel de calidad matemática del cuestionario.

## ■ Resultados

Con relación a la valoración de procesos de instrucción identificamos una mayor profundidad en el análisis y valoración de la práctica propia en relación al análisis y valoración de la práctica ajena.

Con relación al uso de los criterios de idoneidad por parte de los futuros profesores en sus memorias de Trabajo Fin de Máster se observó que los criterios de idoneidad fueron una herramienta útil para organizar la reflexión de los futuros profesores sobre su propia práctica, aunque se tuvieron en cuenta muy poco en la primera fase de planificación de la unidad didáctica. Dicho de otra manera, los alumnos no fueron conscientes de su potencia como herramienta a priori para diseñar una secuencia didáctica. En su planificación de la secuencia didáctica, que después tuvieron que implementar, no los consideraron como criterios que indican cómo se deben hacer las cosas. En cambio, les fueron muy útiles para organizar la reflexión sobre su práctica una vez realizada. Volvieron a ser muy útiles cuando los futuros profesores tuvieron que justificar una secuencia didáctica que mejoraría la implementación realizada en su período de prácticas.

Se observaron sobre todo tres maneras de utilizar los criterios de idoneidad para llegar a una valoración global de la unidad didáctica implementada. Un primer grupo hizo la valoración global de toda su unidad didáctica criterio por criterio. Un segundo realizó la valoración, criterio por criterio, a cada una de las sesiones de clase impartidas y después una valoración, criterio por criterio de todas las sesiones

impartidas. Un tercer grupo dividió su unidad didáctica en bloques temáticos y primero realizó una valoración, criterio por criterio del bloque y después una valoración, criterio por criterio, de toda la unidad.

A título de ejemplo, con relación al criterio de idoneidad epistémica y sus indicadores se observó que los usaron eficientemente es sus valoraciones. Una evidencia de esta apropiación es la siguiente justificación de una alumna sobre la representatividad de la tipología de problemas que había contemplado en su unidad didáctica sobre la media aritmética:

Luego para seguir trabajando este concepto matemático, se estudiaron cinco tipos de problemas:

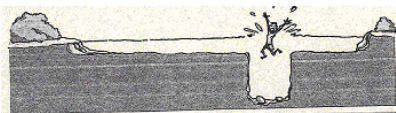
P1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo repartir los caramelos de forma equitativa?

(...)

P5: Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso medio de las mujeres es de 60 kilos y el de los hombres de 80. ¿Cuál es el peso medio de las 10 personas del ascensor?

Para reforzar, se planteó un sexto tipo de problema más gráfico:

P6: ¿Es posible ahogarse en un estanque que tiene una profundidad media de 40 cm? Razona la respuesta.



Se trata de una muestra representativa de los tipos de problemas que se pueden solucionar con el concepto media aritmética.

**Agradecimientos.** Este trabajo de investigación se ha llevado a cabo en el contexto del proyecto EDU2012-32644 “Desarrollo de un programa por competencias en la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas”, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España.

### ■ Referencias bibliográficas

- Cobb, P., Confrey, J., di Sessa, A., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Contreras, A., Ordóñez, L. y Wilhemi, M. R. (2010). Influencia de las pruebas de acceso a la universidad en la enseñanza de la integral definida en el bachillerato. *Enseñanza de las ciencias*, 28(3), 367-384.
- Contreras, A., García, M. y Font, V. (2012). Análisis de un Proceso de Estudio sobre la Enseñanza del Límite de una Función. *BOLEMA: Mathematics Education Bulletin*, 26(42B), 667-690.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26, 9-25.
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.

- Giménez, J., Font, V. y Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 581-590). Oxford: Proceedings of ICMI Study 22.
- Godino, J. D.; Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10, 7-37.
- González, J. y Wagenaar, R. (2003). *Tuning Educational Structures in Europe. Informe Final – Proyecto Piloto, Fase 1*, Bilbao: Universidad de Deusto.
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(3), 361-394.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemático*. Tesis de doctorado no publicada, Universitat de Barcelona. España.